

教學科目與單元：數學領域(翰林版6上)體積與表面積

「柱體體積與表面積」單元是四、五年級幾何概念的加深加廣，因此教學安排應從學生的舊經驗開始。

教學規劃重點

研究者從學生已學過的六面體-長方體和柱體連結著手，即一個形體經過切割再重新組合成長方體，其體積和原來的形體的體積是一樣的，透過長方體體積的求法導出柱體體積公式。且引導學生能善用並熟練公式，俾有助於複合圖形的學習。柱體表面積的教學，則透過柱體展開圖的面積就是柱體的表面積。鼓勵學生多發揮觀察與推理的能力，更能釐清立體圖形與其性質之間的關係。

柱體表面積教學規劃則以柱體展開圖的面積作計算，因學生有計算面積的舊經驗，因此藉由學生的解題歷程，討論出角柱的表面積為其展開圖的面積，即兩個底面加側面積。

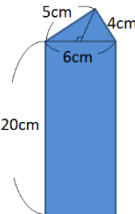
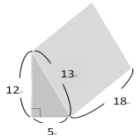
焦點學習重點

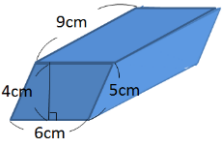
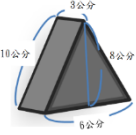
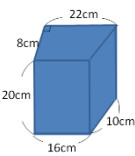
柱體體積方面，從複習正方體體積=邊長×邊長×邊長、長方體體積=長×寬×高，引導學生知道一般柱體體積公式=底面積×高。透過具體物、平面圖形經由切割再重新組成長方體，引導學生觀察並比較移動前後柱體的底面積、高及體積的變化。讓學生利用柱體體積公式分別求算三角柱、平行四邊形柱、梯形柱、圓柱、扇形柱的體積。最後，學生能熟練柱體體積公式，並學習經由切割、重組複合形體後，運用柱體體積公式求算複合形體的柱體體積。

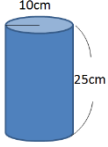
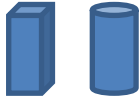
柱體表面積方面，經由觀察柱體的面求算各面面積，其總和則為柱體表面積，經由展開圖讓學生理解柱體的表面積是兩個全等的底面和側面積所構成的，讓學生以簡式紀錄計算柱體的表面積，即柱體的表面積=底面積×2+側面積。圓柱表面積的學習，則透過圓柱的展開圖觀察其側面積是一個長方形，圓柱的側面積=底面周長×高、圓柱的表面積=底面積×2+側面積。扇形柱、半圓柱的表面積亦是如此。最後，引入複合形體的表面積計算，鼓勵學生運用切割和補償的方式尋找一種較有效率的解題策略去計算面積。

教學活動設計

教學單元	體積與表面積	適用年級	六年級
教材版本	翰林版	教學時間	共 6 節(240 分鐘)
教學目標	單元目標	具體目標	
	1 計算角柱的體積與表面積	(活動一)1-1 知道三角柱、四角柱和梯形柱的體積公式可以寫成底面積×高，並計算柱體體積 (活動二)1-2 知道角柱的表面積就是其展開圖面積，並計算角柱的表面積	
	2 計算圓柱的體積與表面積	(活動三)2-1 知道圓柱的體積公式可以寫成底面積×高，並計算圓柱的體積 (活動四)2-2 知道圓柱的表面積就是其展開圖面積，並計算圓柱的表面積	
	3 計算複合形體的體積與表面積	(活動五)3-1 能根據柱體體積公式，計算複合形體的體積	

		(活動六)3-2 透過展開圖了解複合形體表面積的算法				
教學節次	活動目標	教學活動 (主要佈題與建構反應題)	時間 (分)	學生的表現	預測學生 學習困難	形成性 評量
1	1-1	<p>活動一、角柱的體積</p> <p>1.教師以長方體積木與學生共同討論長方體體積構成要素及其體積公式。</p> <p>2.下圖底面為等腰三角形的角柱，它的體積是多少立方公分？透過三角柱切割、重組成長方體，計算三角柱體積公式等於底面積×高。</p> 	15	<p>1.能說出長方體體積公式長×寬×高</p> <p>2.能理解三角柱的體積公式等於底面積×高。</p>	<p>1.對體積的定義不清楚</p> <p>2.未能理解角柱經切割、拼湊後體積不變的概念</p>	<p>觀察重點:</p> <p>能理解三角柱體積公式為底面積×高，並做運算</p> <p>提問重點:</p> <p>體積公式的「長×寬」為面積公式</p>
		<p>3.進行自我挑戰</p> <p>有一個數學題目「這個柱體的體積是多少立方公分？」，小美的解題方式是：</p>  <p>$5 \times 18 \times 12 = 1080$</p> <p>A：1080 立方公分</p> <p>你認為對嗎？請說出你的理由。</p> <p>(1)引出:學生找出底面積、高的相關位置，運用柱體體積公式</p> <p>(2)詮釋:了解學生對柱體體積運算的想法。</p> <p>(3)行動:再次確認學生對柱體體積運算的思維及作法。</p> <p>4.請小朋友分別說出四角柱(底面為平行四邊形、梯形)的底面在哪裡？</p>	5	<p>1.能指出底面積為三角形面積 $5 \times 12 \div 2$、柱體高為 18 公分</p> <p>2.能運用柱體體積公式計算三角柱體積</p>	<p>1.無法察覺立體空間的關係結構</p> <p>2.任意運算</p>	<p>任務重點:</p> <p>運用角柱體積公式進行解題</p>

		<p>怎麼切割拼成長方體？用拼成長方體算出來的體積和用四角柱的底面積\times高所算出來的體積有一樣嗎？</p> <p>5.所有直柱體體積都可運用底面積\times高求得。</p>	3			
2	1-2	<p>活動二、角柱的表面積</p> <p>1.下圖底面為平行四邊形的角柱，它的表面積是多少平方公分？</p>  <p>2.進行自我挑戰</p> <p>早餐店老闆想賣海苔飯糰，為了控制材料用量，老闆製作的飯糰大小如下圖。請問這個三角飯糰要用面積多大的海苔，才能剛剛好包住飯糰？</p>  <p>(1)引出:三角柱各面面積總和為柱體表面積</p> <p>(2)詮釋:了解學生對柱體表面積的想法。</p> <p>(3)行動:再次確認學生柱體表面積解題的思維及作法。</p> <p>4.下圖底面為梯形的角柱，它的表面積是多少平方公分？</p> 	10	<p>能說出柱體表面積為其各面面積的總和。</p>	<p>未能熟練平行四邊形面積計算公式</p>	<p>觀察重點:</p> <p>依題意計算角柱表面積</p> <p>提問重點:</p> <p>四角柱的表面積是由2個全等平行四邊形和4個長方形側面面積所總和的。</p> <p>任務重點:</p> <p>能記錄三角柱表面積是由2個全等三角形和側面面積的總和。</p>
			5	<p>1.將三角柱各面面積分別計算，並加總而得三角柱表面積</p> <p>2.利用展開圖計算三角柱表面積</p>	<p>習慣以形體各面面積加總來計算表面積，而造成計算錯誤</p>	
			10			
			10			

		5.歸納柱體的表面積就是其展開圖面積，即底面積 $\times 2$ +側面面積。	5			
3	2-1	<p>活動三、圓柱的體積</p> <p>1.複習角柱的體積公式等於底面積\times高，以及柱體底面積的計算方式。</p> <p>2.下圖圓柱體積是多少立方公分？</p>  <p>3.進行自我挑戰</p> <p>甲積木是一個長方體，它的長、寬、高各是6公分、4公分、13公分，乙積木是一個圓柱體，它的直徑是6公分、高13公分，比比看甲積木和乙積木，哪一個體積比較大？請寫下你的理由。</p>  <p>(1)引出:學生使用柱體體積公式</p> <p>(2)詮釋:了解學生對對柱體體積運算的想法。</p> <p>(3)行動:讓學生能理解兩柱體高度相同時，比較底面積大小。</p> <p>5.歸納所有柱體的體積等於底面積\times高。</p>	15	<p>1.理解角柱經切割、拼湊後體積不變的概念</p> <p>2.能以柱體體積公式底面積\times高，計算圓柱體積</p>	<p>未能計算出圓柱體積</p>	<p>觀察重點:</p> <p>能說出角柱、圓柱底面和高的相關位置</p> <p>提問重點:</p> <p>所有柱體體積公式為底面積\times高</p> <p>任務重點:</p> <p>能運用柱體體積公式底面積\times高進行解題，並正確表達理由。</p>
4	2-2	<p>活動四、圓柱的表面積</p> <p>1.有一個圓柱，底面積直徑10公分、高10公分，表面積是多少公分？</p>	10	<p>能理解圓柱的表面積就是其展開圖的面積，並正確運算</p>	<p>未能正確計算圓面積、圓柱側面積</p>	<p>觀察重點:</p> <p>表面積為平面由其展開圖計算面積。</p>

		<p>2.進行自我挑戰</p> <p><u>大仁</u>的美勞課要用厚紙板做一個有上下底的圓柱體(如甲圖),<u>大仁</u>在厚紙板上畫了圓柱體要用到的形狀(如乙圖),請回答下面2個問題:</p> <p>(1)請你協助<u>大仁</u>在乙圖寫上長度。 【請說明你是怎麼知道答案的】</p> <p>(2)請算出圓柱體的表面積是多少?</p> <div data-bbox="312 813 639 1021" style="text-align: center;"> </div> <p>甲圖 乙圖</p> <p>(1)引出:圓柱側面積的邊長與圓周長、柱高之間的關係</p> <p>(2)詮釋:了解學生對圓柱表面積的解題想法。</p> <p>(3)行動:再次確認學生解題的思維及作法。</p> <p>3.歸納圓柱的表面積就是其展開圖面積,即底面積$\times 2$+側面面積。側面積的長、寬分別為圓柱底面周長和圓柱高。</p>	<p>10</p> <p>能從甲圖圖示得知:</p> <p>1.圓的直徑為 6 公分</p> <p>2.圓柱側面積為長方形,其寬為 15 公分(即圓柱的高)、長為 6×3.14 (即圓周長長度)</p>	<p>1.未察覺圓柱側面積的邊長與圓周長、柱高之間的關係。</p> <p>2.計算錯誤</p>	<p>提問重點:</p> <p>圓柱體表面積,即底面積$\times 2$+側面面積。</p> <p>任務重點:</p> <p>圓柱的表面積=底面積$\times 2$+側面面積。</p>
<p>5</p>	<p>3-1</p>	<p>活動五、複合形體的體積</p> <p>1.複習角柱、圓柱的體積公式等於底面積\times高,以及柱體底面積的計算方式。</p> <p>2.請小朋友計算複合形體的體積。</p>	<p>5</p> <p>10</p>	<p>1. 能運用切割、拼湊計算複合形體的體積。</p> <p>1.未能未能正確計算複合形體的體積。</p>	<p>觀察重點:</p> <p>運用切割、拼湊方式,計算複合形體的體積。</p>

		3.你是怎麼將複合形體切割、拼湊? 經切割、拼湊後怎麼計算而得複合形體的體積? 4.歸納複合形體的體積切割、拼湊的方式多樣,計算體積公式仍為底面積 \times 高。	20 5			提問重點: 說出柱體積公式為底面積 \times 高
6	3-2	活動六、複合形體的表面積 1.複習角柱、圓柱的表為其展開圖面積面積。 2.請小朋友計算複合形體的表面積。 3.複合形體的表面積包括那些面? 4.透過圖解,詢問重疊部分的面積要扣除還是加起來? 5.你是怎麼簡化複合形體表面積計算? 4.歸納凸出的複合型與凹的複合形簡化計算的解題策略。	10 25	1.能運用切割、拼湊計算複合形體的表面積。	1.未能運用切割、拼湊計算複合形體的表面積。 2.計算錯誤	觀察重點: 運用切割、拼湊方式,熟練柱體表面積的計算。 提問重點: 複合形體的表面積分割、填補的方法

教學省思檢核向度	優	可	加強	教學思考隨筆
1.教學進度符合課程計畫。	√			
2.教學準備充足,能引發學生參與。		√		
3.鼓勵或叮嚀學生的表現,確實輔導修正學生的不當行為。	√			
4.確實要求學生完成繳交作業,仔細批閱並要求確實訂正。	√			
5.與班群教師之溝通與互動品質。	√			

教學問題及解決策略：

項目	類別	問題	解決策略	省思
問題一： 部分學生空間 思考能力的不足		在活動一、二時，利用投影機將底面為平行四邊形的角柱投影至布幕，讓學生觀察平面圖形，討論四角柱的表面積是由2個全等平行四邊形和4個長方形側面面積的總和。討論過程中，部分學生無法正確說出非直立式角柱的底面積位置。	利用實體觀察柱體的表面積。	<p>一般教科書中所呈現的直立式柱體，也就是三角柱底面為上下平行的面，高為垂直方向；而「自我挑戰」的三角柱底面的位置則為前後平行，高為水平方向。從學生的解題歷程中發現，解題錯誤的學生無法從平面圖形中判斷三角柱底面的位置，仍將圖形下方的面視為柱體的底面，解題說明透露出高為垂直方向的錯誤迷思概念之訊息。</p> <p>雖然在課前已預先設計好教學活動，但隨著學生的反應及迷思，讓我在課堂上須立即調整教學節奏。此次教學後，實體觀察、提問引出學生的數學概念思維，應在教學規劃時須深思熟慮。</p>

學生學習照片：

 <p>算式：$18 \times 5 \times 12 = 90 \times 12 = 1080$</p> <p>長 寬 高 底面積 體積</p>	<p>積比較大？請寫下你的理由。</p>  <p>圓柱比較大，因為圓柱算出來的答案比長方體還要大，所以圓柱比較大</p>
<p>自我挑戰1：立體空間能力的不足，造成無法從平面圖形正確計算出三角柱各面的面積</p>	<p>自我挑戰3：分別將圓柱與長方體的體積算出來，並比較其計算結果，而得圓柱體積較大的正確解答</p>
	
<p>全班各自完成自我挑戰後，請學生說出自己的解題想法</p>	<p>教師布題後，學生利用小白板進行解題</p>